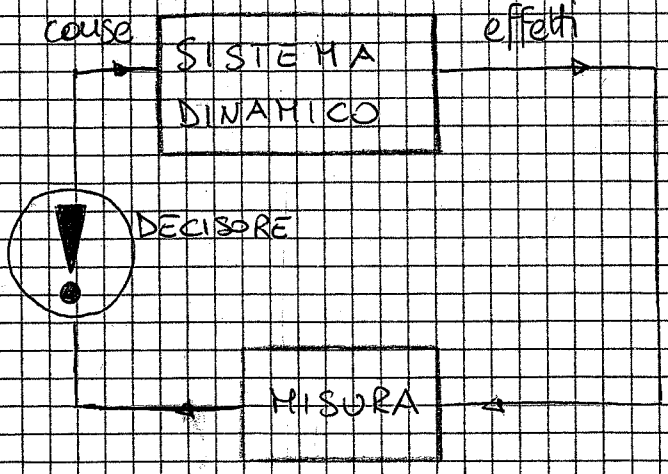
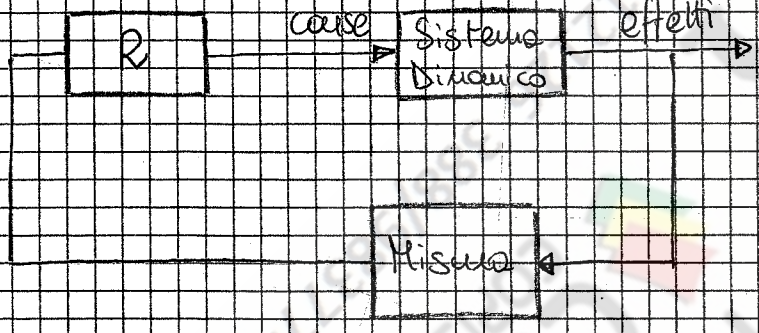
ANELLO DI CONTROLLO (O REGOLAZIONE) 26/09/2012



Il sistema dinamico reagisce alle cause esterne producendo degli effetti ovvero variando nel tempo le grandezze interne di sistema. Il sistema di misura converte gli effetti del sistema dinamico in cause. Il decisore agisce sul sistema.

Sostituendo il decisore con un sistema artificiale (REGOLATORE o CONTROLLORE), che agisce senza l'intervento dell'uomo → CONTROLLO AUTOMATICO

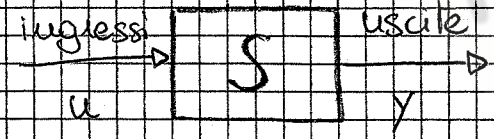


ANELLO DI FEEDBACK (O DI RETROAZIONE)

Tel. 388/9837745
MASTER COPY

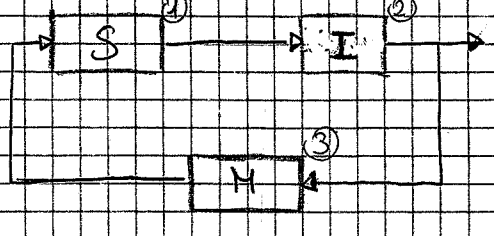
Obiettivo => attraverso le misure ricevute e l'azione delle cause sul sistema, controllare il funzionamento del ciclo

N.B. Ogni "blocco" è un sistema dinamico



u = segnale/vettore di segnali

y = effetti (scalare/vettoriale)



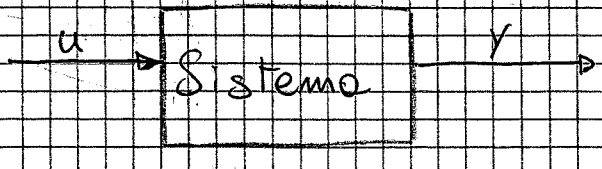
① REGOLATORE → sistema che controlla

② IMPIANTO → sistema da controllare

③ SISTEMA DI MISURA

27/09/2012

DESCRIZIONE GENERALE DEI SISTEMI DINAMICI



Ogni sistema dinamico è descritto tramite equazioni differenziali

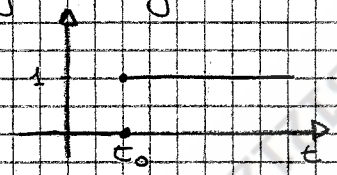
MASTER COPY

Tel. 388/9837745

"indice" del programma

- Equazioni di stato
  - Sistemi lineari e stazionari:
    1) proprietà generali: STABILITÀ, RAGGIUNGIBILITÀ, OSSERVABILITÀ } proprietà duali
    2) metodo della trasformata di Laplace <=> risoluzione eq. differenziali attraverso il calcolo algebrico
    3) definizione della FUNZIONE DI TRASFERIMENTO <=> definizione dell'uscita del sistema e il prodotto fra u e la funzione
    4) risposta del sistema a segnali TIPICI

ES: segnale "a gradino"



discontinuità in t_0

N.B. Le funzioni di uscita nelle equazioni differenziali devono essere continue e lipschitziane, ma la funzione "a gradino" non lo è.

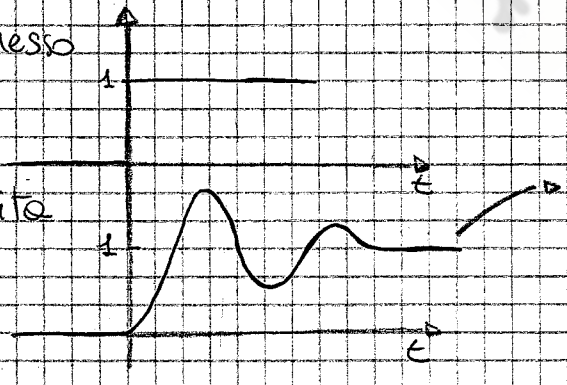
Ricordando che: $f(t)$ è lipschitziana

se $\exists L \in \mathbb{R} : \forall t_1, t_2 \quad t_2 > t_1$
$\Rightarrow \|f(t_2) - f(t_1)\| \leq L \|t_2 - t_1\|$ <=> $\exists$ una retta di coeff. angolare L che "sta sopra" $f(t)$

Se f è derivabile e lipschitziana => la derivata è limitata da L.

Grazie alla trasformata di Laplace è possibile risolvere equazioni differenziali composte da funzioni discontinue e non lipschitziane.

Esempio: accensione circuito elettrico



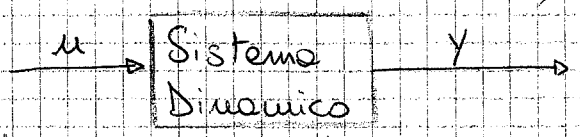
PRINCIPIO DI CAUSALITÀ -> gli ingressi precedono le uscite

pendolo smorzato <=> tipico andamento della risposta

1 = max uscita

La qualità della risposta dipende dal tipo di sistema.

TEORIA DEI SISTEMI



→ Sistema fisico sul quale individuiamo cause e i conseguenti effetti.

Un sistema dinamico è caratterizzato da:

$\underline{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ $\quad \underline{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{pmatrix}$ VETTORE DI INGRESSI

Gli ingressi possono essere multipli dove ogni segnale è funzione del tempo.

$\underline{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ $\quad \underline{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{pmatrix}$ VETTORE DELLE USCITE

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

$\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ STATO DEL SISTEMA

⇕

Insieme di informazioni sul sistema necessario (e sufficiente) ad ogni istante di tempo t_0 perché sia possibile determinare univocamente $\underline{y}(t)$ e $\underline{x}(t)$ per $t > t_0$ data la conoscenza di $\underline{u}(t)$ per $t \geq t_0$. Quindi, per predire l'evoluzione del sistema è necessario conoscere le cause e le CONDIZIONI INIZIALI al tempo t_0.

Evoluzione dello stato del sistema

$$\underline{x}(t) = \underline{\Phi}(t_0; \underline{x}(t_0); \underline{u}(t); t) \quad \text{per } t \geq t_0$$

N.B. → equazione molto generale

- $\underline{\Phi}$: FUNZIONE DI TRANSIZIONE DI STATO
- $\underline{x}(t_0)$: stato iniziale
- $\underline{u}(t)$: ingressi nel futuro
- t: tempo

Funzione di uscita

$$\underline{y}(t) = \underline{g}(\underline{x}(t); \underline{u}(t); t) \quad \text{per } t \geq t_0$$

Forma standard

$$\dot{\underline{x}}(t) = \frac{d}{dt}\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}x_1(t) \\ \vdots \\ \frac{d}{dt}x_m(t) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(t; \underline{x}(t_0); \underline{u}(t))$$

condizioni iniziali — cause esterne

$$\underline{y}(t) = \underline{g}(\underline{x}(t), \underline{u}(t); t)$$

SISTEMI STAZIONARI

Se $\underline{f}(t; \underline{x}(t_0); \underline{u}(t)) = \underline{f}(\underline{x}(t_0); \underline{u}(t))$ per $t > t_0$

$\underline{g}(\underline{x}(t), \underline{u}(t); t) = \underline{g}(\underline{x}(t_0); \underline{u}(t))$

⇒ il sistema si dice STAZIONARIO ⇔ l'evoluzione del sistema non dipende dall'istante in cui vengono applicate le cause e le condizioni iniziali.

N.B. Alla lunga i sistemi non sono stazionari; però, su brevi intervalli, molti sistemi possono essere considerati stazionari.

- Linearità

Un sistema stazionario si dice LINEARE se:

1) $\underline{x}_1(t) = \underline{\Phi}(\underline{x}(t_0); \underline{u}_1(t))$ ⇔ x_1 è soluzione con condizioni iniziali $\underline{u} = \underline{u}_1$

2) $\underline{x}_2(t) = \underline{\Phi}(\underline{x}(t_0); \underline{u}_2(t))$

⇒ $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad \underline{\Phi}(\underline{x}(t_0); \alpha \underline{u}_1(t); \beta \underline{u}_2(t)) = \alpha \underline{x}_1(t) + \beta \underline{x}_2(t)$

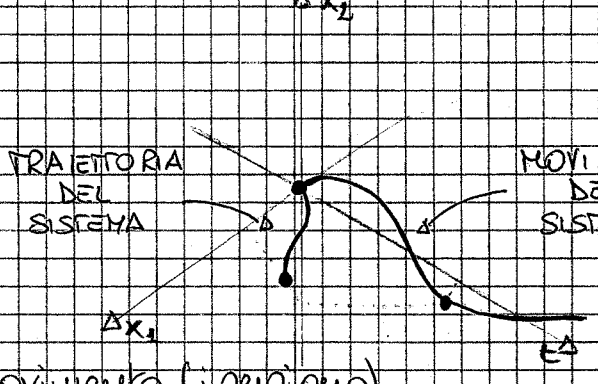
PROPRIETÀ DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI → se valgono 1) e 2) ⇒ ogni stato successivo è combinazione lineare degli stati 1) e 2)

N.B. Su un sistema lineare si può sempre considerare $t_0 = 0$

- Movimento e traiettoria

Supponiamo di avere un sistema in forma standard e stazionario con $n = 2$

- $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t_0); \underline{u}(t))$
- $t_0 = 0$
- $n = 2 \Rightarrow \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} \underline{x}_1(t) \\ \underline{x}_2(t) \end{pmatrix}$



Traiettoria = proiezione del movimento (i piani)

03/10/2014

Sia dato un ingresso $\underline{u}(t) = \underline{u}^*$ (costante), diciamo che lo stato $\underline{x}^*$ è uno <u>stato di EQUILIBRIO</u> per un ingresso $\underline{u}^*$ se

$$f(\underline{x}^*, \underline{u}^*) = \underline{0}$$

$$\Updownarrow$$

$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}^*, \underline{u}^*) = 0$ → derivata sempre nulla $\Leftrightarrow$ il sistema non si muove se l'ingresso è $\underline{u}^*$

Il sistema si dice <u>autonomo</u> se $\underline{u}^* = 0$.

Attorno ad un punto di equilibrio è possibile linearizzare un sistema $\Leftrightarrow$ approssimarlo a una funzione di 1° grado

Definizione (EQUILIBRIO STABILE).

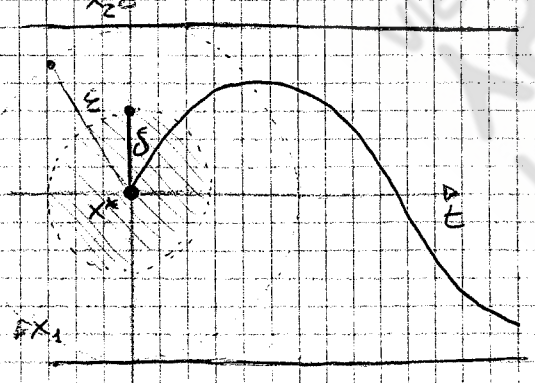
Sia $\underline{u}^* = \underline{0}$ e $f(\underline{x}^*, \underline{u}^*) = 0$ (ovvero $\underline{x}^*$ è stato di equilibrio per il sistema autonomo) ⇒

lo stato $\underline{x}^*$ si dice <u>STATO DI EQUILIBRIO STABILE</u> se

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta_\varepsilon : \text{se } \|x^* - x(0)\| < \delta_\varepsilon \Rightarrow \|x(t) - x^*\| < \varepsilon \ \forall t \geq 0$$

[$\Leftrightarrow$ se ci si allontana poco da $x(0) = x^*$ e lo stato rimane in equilibrio ⇒ lo stato è stabile]

Se $x(0) \in I(x^*, \delta_\varepsilon) \Rightarrow x(t) \in J(x^*, \varepsilon)$



Se la traiettoria del sistema, preso un $\varepsilon > 0$, si mantiene entro il cilindro di raggio δ_ε → sistema stabile

Tel. 388/9837745
MASTER COPY

Esempio.

$\dot{x} = ax \quad t > 0 \quad a \in \mathbb{R}$

stati di equilibrio ⇒ $ax = 0 \Rightarrow x = 0$ $\quad a \neq 0$

<u>N.B.</u> Se $a = 0$ → tutti gli stati sono stati di equilibrio

con condizione iniziale $x(0) = x_0$

$$x(t) = x_0 \cdot e^{at}$$